

**АДИЕВА АЙНАГУЛЬ ЖАНИБЕКОВНА**

**ЕКІ МҮШЕЛІ ЖОҒАРҒЫ РЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ  
ТЕҢДЕУДІҢ ТЕРБЕЛІМДІК ҚАСИЕТТЕРІ**

**6D060100-Математика мамандығы бойынша философия докторы (PhD)  
дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияның  
АННОТАЦИЯСЫ**

**Зерттеу тақырыбының өзектілігі.** Диссертациялық жұмыс екі мүшелі төртінші және  $2n -$ ші ( $n > 2$ ) ретті сызықты дифференциалдық теңдеулердің тербелімділік қасиеттерін зерттеуге арналады.

Дифференциалдық теңдеулердің сапалық қасиеттерін зерттеу XIX ғасырдан бастап физика мен механика есептерінде кездесе бастады. 1836 жылы Штурм екінші ретті сызықты дифференциалдық теңдеудің шешімінің өзгеру тәртібін зерттей отырып, алғашқы рет тербелімді теңдеу ұғымын, теңдеудің кез келген шешімінің ақырсыз көп нөлдері болатын теңдеу ретінде енгізіп, өзінің белгілі салыстыру және нөлдерді бөлу теоремаларын дәлелдеді.

Екінші ретті дифференциалдық теңдеудің тербелімділік қасиеттерін зерттеу Штурмның атақты жұмысынан бастау алып, қазірге дейін дамып келеді.

Дифференциалдық теңдеулердің тербелімділік қасиеттерін зерттеу математикалық анализдің бір тарауы болып табылады және осы тақырыпқа байланысты көптеген мақалалар мен кітаптар жарияланған. Бұл нәтижелердің көпшілігі екінші ретті теңдеулерге қатысты. Төртінші және одан жоғарғы ретті теңдеулер әлсіз түрде зерттелген және тек қана жарты бөлігі, не болмаса теңдеудің барлық коэффициенттері дәрежелік функциялар болған жағдайы ғана. Бұл екінші ретті теңдеулерді зерттеудегідей қарапайым тиімді зерттеу әдістерінің болмауына байланысты. Төртінші және жоғарғы ретті дифференциалдық теңдеулердің тербелімділік қасиеттерін зерттеу әдістерінің бірі - теңдеуден Гамильтон теңдеулер жүйесіне көшіп, жүйеге Рикатти әдісін қолдану. Бірақ, бұл жерде де Гамильтон жүйесінің принципіалды шешімін табуда қиындықтар туындайды. Ал екіншісі, «вариациялық қағида» немесе жай ғана «вариациялық әдіс» деп аталады. Вариациялық әдісте қарастырып отырған есебіміз, зерттеулері әлі толық шешілмеген жоғарғы ретті салмақты дифференциалдық теңсіздігін зерттеуге әкеледі.

Диссертациялық жұмыстың тақырыбына байланысты көптеген жұмыстарда төртінші ретті дифференциалдық теңдеудің тербелімділік қасиеттері зерттелген. Осы жұмыстарды талдау барысында, төртінші ретті теңдеулер үшін де көптеген олқылықтар бар екені көрінеді. Оларды екі топқа бөлуге болады. Топтардың біріндегі олқылықтар - коэффициенттердің тек біреуі кез-келген функция болса, ал қалған коэффициенттері дәрежелік функциялар немесе барлық коэффициенттері дәрежелік функциялар болып табылады. Өйткені, коэффициенттері кез келген функциялар болып келетін дифференциалдық теңдеулерді жоғарыда келтірілген мәселелерге байланысты

зерттей алмағандықтан, белгілі Эйлер теңдеуінің әртүрлі қобалжулары қарастырылады.

Кемшіліктердің екінші тобы - жоғарғы ретті дифференциалдық теңдеуден жүйеге көшу барысында алынған нәтижелердің жүйенің шешімдері арқылы өрнектелуі.  $2n$  – ші ( $n > 2$ ) ретті теңдеулерді зерттеуде төртінші ретті теңдеулер үшін кемшіліктер қайталанатын. Сондықтан, төртінші және  $2n$  – ші ( $n > 2$ ) ретті дифференциалдық теңдеулердің тербелімділік және тербелімсіздік белгілерін коэффициенттер тұрғысынан сипаттау мәселесі ашық күйінде қалып отыр.

Диссертациялық жұмыс осы өзекті мәселені вариациялық әдіспен зерттеуге арналған. Біріншіден, салмақты функциялардың шексіздіктегі сингулярлық деңгейіне байланысты, екінші ретті салмақты дифференциалдық теңсіздіктің орындалу критерийі мен оның ең кіші тұрақтысының екіжақты бағалаулары алынған. Осы нәтижелердің негізінде екі мүшелі төртінші ретті дифференциалдық теңдеудің шексіздіктегі тербелімділік және тербелімсіздік қасиеттерін жан-жақты зерттеп, тек қана коэффициенттер терминінде теңдеу коэффициенттерінің шексіздіктегі сингулярлық деңгейіне қарай нәтижелер алынған. Екі мүшелі  $2n$  – ші ( $n > 2$ ) ретті дифференциалдық теңдеу бойынша алынған нәтижелер,  $n$  – ші ( $n > 4$ ) ретті салмақты дифференциалдық теңсіздіктің орындалуының бір жағдайында алынған нәтижеге негізделеді.

Дифференциалдық теңдеулердің тербелімділік қасиеттерін дүние жүзінің көптеген елдерінің ғалымдары зерттейді. Мысалы, Ресей, Қытай, Америка, Жапония, Түркия, Сауд Арабиясы, Египет, Франция, Германия, Чехия, Венгрия ғалымдары.

Қазақстанда дифференциалдық теңдеулердің тербелімділік қасиеттерін зерттеу М.Өтелбаевтың жұмысынан бастау алып, Р.Ойнаров, Л.Құсайынова, Б.Қошқарова еңбектерінде жалғасын тапты. Бұл тақырып бойынша Қ.Мырзатаева, М.Алдай, С.Алимагамбетова, С.Құдабаева, Х.Рамазановалардың диссертациялары қорғалды.

**Зерттеу мақсаты.** Коэффициенттері теріс емес функциялар болатын екі мүшелі төртінші және  $2n$  – ші ( $n > 2$ ) ретті дифференциалдық теңдеулердің коэффициенттер терминінде шексіздіктегі тербелімділігі мен тербелімсіздігінің қажетті және жеткілікті шарттарын табу.

**Зерттеу міндеттері.** Қойылған мақсатты іске асыру үшін келесі міндеттерді шешу қажет:

- Екінші ретті салмақты дифференциалдық теңсіздіктің орындалуының салмақты функциялар терминінде қажетті және жеткілікті шарттарын алу;
- Екінші ретті салмақты дифференциалдық теңсіздіктегі ең жақсы тұрақты үшін екіжақты бағалаулар алып, эквивалентті тұрақтыларды есептеу;

- Екі мүшелі төртінші ретті сызықты дифференциалдық теңдеудің тербелімділігі мен тербелімсіздігінің коэффициенттер терминінде қажетті, жеткілікті шарттарын алу;
- Екі мүшелі төртінші ретті сызықты дифференциалдық теңдеудің күшті тербелімділігі мен күшті тербелімсіздігінің коэффициенттер терминінде қажетті және жеткілікті шарттарын алу;
- $2n$  – ші ( $n > 2$ ) ретті сызықты дифференциалдық теңдеудің тербелімділігі мен тербелімсіздігінің коэффициенттер терминінде қажетті, жеткілікті шарттарын алу.

**Зерттеу нысаны.** Зерттеу нысаны - төртінші және  $2n$  – ші ( $n > 2$ ) ретті сызықты дифференциалдық теңдеулер, екінші және  $n$  – ші ( $n > 4$ ) ретті салмақты дифференциалдық теңсіздіктер.

**Зерттеу әдісі.** Вариациялық қағида негізінде теңдеудің тербелімділігі мен тербелімсіздігін салмақты дифференциалдық теңсіздіктер теориясының нәтижелерін пайдаланып зерттеу.

**Зерттеудің ғылыми жаңалығы.** Салмақтары кез келген теріс емес функциялар болатын екінші ретті дифференциалдық теңсіздіктің орындалуының жаңа шарты мен ең кіші тұрақтысын бағалау, коэффициенттері кез келген теріс емес функциялар болатын төртінші және  $2n$  – ші ( $n > 2$ ) ретті сызықты дифференциалдық теңдеулердің тербелімділігі мен тербелімсіздігінің жаңа шарттары.

#### **Қорғауға шығарылатын нәтижелер:**

- Екінші ретті салмақты дифференциалдық теңсіздіктің орындалуының салмақты функциялар терминінде қажетті және жеткілікті шарттары алынды;
- Екінші ретті салмақты дифференциалдық теңсіздіктегі ең жақсы тұрақты үшін екіжақты бағалаулар алынып, эквивалентті тұрақтылар есептелінді;
- Екі мүшелі төртінші ретті сызықты дифференциалдық теңдеудің тербелімділігі мен тербелімсіздігінің коэффициенттер терминінде қажетті, жеткілікті шарттары алынды;
- Екі мүшелі төртінші ретті сызықты дифференциалдық теңдеудің күшті тербелімділігі мен күшті тербелімсіздігінің коэффициенттер терминінде қажетті және жеткілікті шарттары алынды;
- $2n$  – ші ( $n > 2$ ) ретті сызықты дифференциалдық теңдеудің тербелімділігі мен тербелімсіздігінің коэффициенттер терминінде қажетті, жеткілікті шарттары алынды.

**Алынған нәтижелердің теориялық және практикалық құндылығы.** Жұмыс теориялық сипатқа ие. Екінші ретті салмақты дифференциалдық теңсіздік бойынша алынған нәтижелер салмақты теңсіздіктер теориясына

қосқан үлес болып табылады және олар дифференциалдық теңдеулер мен интегралдық операторлар теориясында, гармоникалық анализде қолданылуы мүмкін. Ал екі мүшелі төртінші және  $2n$ -ші ( $n > 2$ ) ретті сызықты дифференциалдық теңдеулердің тербелімділігі мен тербелімсіздігі бойынша алынған нәтижелер дифференциалдық теңдеулердің сапалық теориясына қосқан үлес болып саналып, дифференциалдық операторлардың спектрлік теориясында қолданылуы мүмкін.

**Ізденушінің қосқан жеке үлесі.** Диссертацияда ұсынылған зерттеу жұмыстары автордың тікелей қатысуымен орындалды. Жоғарғы ретті дифференциалдық теңдеудің тербелімділігі мен тербелімсіздігі шарттарын алу үшін қарастырылып отырған кеңістікке әртүрлі шарттарда сипаттама беріліп, дифференциалдық теңсіздіктің орындалуы қарастырылды және сол теңсіздіктегі ең жақсы тұрақты үшін эквивалентті тұрақтылар есептелді. Вариациялық әдіс негізінде жоғарғы ретті дифференциалдық теңдеудің тербелімділігі мен тербелімсіздігінің, күшті тербелімділігі мен күшті тербелімсіздігінің жаңа шарттары алынды. Алынған нәтижелер ғылыми мақалалар мен ғылыми баяндамалар түрінде жарияланды.

**Алынған нәтижелерді апробациялау.** Диссертацияның негізгі нәтижелері Л.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті «Іргелі математика» кафедрасының «Функционалдық анализ және оның қосымшалары» атты ғылыми семинарларында талқыланып, келесі халықаралық конференцияларда баяндалды: ф.-м.ғ.д., профессор М.Ы.Рамазановтың 70 жылдық мерейтойына орайластырылған «Математика, механика және информатиканың теориялық қолданбалы мәселелері» халықаралық ғылыми конференцияда, Қарағанды, 12-13 маусым, 2019; «Eurasian Mathematical Journal» журналының шығарыла бастағанына 10 жыл толуына арналған «Анализдің, дифференциалдық теңдеулердің және алгебраның өзекті мәселелері» атты халықаралық конференцияда, Нұр-Сұлтан, 16-19 қазан, 2019; «Неклассические уравнения математической физики и их приложения» атты өзбек-ресей ғылыми конференциясында, Ташкент, 24-26 қазан, 2019.

**Жарияланымдар.** Диссертацияның негізгі нәтижелері 11 жұмыста жарияланды, соның ішінде 4 мақала Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің Білім және ғылым саласындағы бақылау комитеті ұсынған басылымдарда, 1 жұмыс Scopus деректер қорына енетін және CiteScore процентиль көрсеткіші 25-тен кем емес болатын ғылыми журналда, 5 тезис халықаралық ғылыми конференция материалдарында.

**Диссертацияның құрылымы және көлемі.** Диссертациялық жұмыс қазақ тілінде жазылған, кіріспе, үш бөлімнен, қорытынды, 75 атаудан тұратын әдебиеттер тізімінен тұрады. Диссертацияның көлемі 99 бетті құрайды.

Бірінші бөлімде диссертацияда қолданылған белгілі фактілер мен тұжырымдар беріліп, екінші ретті салмақты дифференциалдық теңсіздіктің орындалу шарттары алынды. Екінші бөлімде екісалмақты төртінші ретті

сызықты және жартылай сызықты теңдеулердің тербелімділігі мен тербелімсіздігі, теңдеудің күшті тербелімділігі мен күшті тербелімсіздігінің шарттары алынды. Үшінші бөлімде жоғарғы ретті сызықты дифференциалдық теңдеудің тербелімділігі мен тербелімсіздігінің шарттары алынды.

Қорытындыда алынған нәтижелерге қысқаша талдау жасалып, олардың қолданылу ортасы жайлы баяндалады. Диссертациялық жұмыс пайдаланылған әдебиеттер тізімімен аяқталады.